Effets de lentille sur le rayonnement de fond cosmique *Un état de l'art* K. Benabed – IAP 4/05

- Mesurer les ondes gravitationnelles primordiales avec la polarisation du CMB
- Effet de lentille gravitationnelle sur la polarisation
- ► Enjeux
  - Un bruit
  - Une sonde de la distribution de matière
- Comment mesurer l'effet de lentille
  - reconstruction
  - corrélation
- Impact sur les paramètres cosmologiques

Le CMB alpha et omega de la cosmologie ?

# Du rayonnement de fond aux paramètres...



# Et la polarisation?

- Il manque au résultats actuels la polarisation du rayonnement
- Impossible de valider complètement l'inflation

# Avenir Radieux

Planck & successeurs mesurent le CMB

- Mesure des ondes gravitationnelles avec la polarisation
- Mesure du spectre des fluctuations primordiales
- Prouver la théorie d'inflation
  - Reconstruction du potentiel d'inflation
- Passer à des loisirs plus constructifs !

# Effet de lentille gravitationnell

C

# Effet de lentille gravitationnelle



# Conséquences

#### Déformation du rayonnement observé

Mélange entre les deux modes de polarisation

#### Modification du spectre de puissance

plus importante que la signature des ondes gravitationnelles!

Le rayonnement de fond comme mesure des fluctuations primordiales

# Fluctuations du rayonnement de fond



## Polarisation



Les diffusions sur les anisotropies quadrupolaires induisent un exces de polarisation rectiligne **Polarisation est créée :** 

Par la diffusion Thomson

Uniquement sur la surface de derniere diffusion

Uniquement à partir des anisotropies quadrupolaires

# Description de la polarisation

Les variables de Stokes Q et U  $E_x = A_x \cos(\omega t + \delta_x), \ E_y = A_y \cos(\omega t + \delta_y)$  $I = A_x^2 + A_y^2, \ Q = A_x^2 - A_y^2, \ U = 2A_x A_y \cos(\delta_x - \delta_y)$ ► Q et U forment un spineur-2  $P_{\pm} = Q \pm iU \stackrel{\phi}{\longrightarrow} P_{\pm} e^{\pm 2i\phi}$ Les composantes E et B  $E = \Delta^{-1} \left[ \left( \partial_x - \partial_y \right) Q + 2 \partial_x \partial_y U \right]$  $B = \Delta^{-1} \left[ \left( \partial_{\boldsymbol{x}} - \partial_{\boldsymbol{y}} \right) U - 2 \partial_{\boldsymbol{x}} \partial_{\boldsymbol{y}} Q \right]$  $\begin{array}{c|c} -\searrow \\ & B \end{array} \\ \hline \\ & B \end{array} \\ \hline \\ & - \end{array}$ E est un scalaire B pseudo scalaire  $E \xrightarrow{P} E. B \xrightarrow{P} -B$ 

# Fluctuations primordiales

- Scalaires
  - Perturbation de densité
- Tensorielles
  - Ondes gravitationnelles
- Le rapport T/S est fonction de l'échelle d'énergie de l'inflation
- Le spectre de puissance des perturbations scalaires et tensorielle permet de tester le potentiel d'inflation

## Modèles Slow Roll

Trois paramètres pour définir le modèle

$$\varepsilon = \frac{M_{\rm pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1 \qquad \eta = \frac{M_{\rm pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \qquad r = T/S \propto V_*^4$$

Suffisant pour calculer les spectres

$$n_s \sim 1 - 6\varepsilon + 2\eta$$
  $n_T \sim -2\varepsilon$ 

Mesurer la signature des spectres et leurs amplitudes respectives dans le CMB permet de specifier le modèle

# Signature sur le rayonnement de fond

- Perturbations scalaires
  - anisotropies de Température
  - Polarisation E
- Perturbations tensorielles
  - anisotropies de température
  - Polarisation E
  - Polarisation B
  - faible amplitude. Uniquement à grande échelle



### L'effet de lentille gravitationnelle crée de la polarisation B



L'effet de lentille des grandes structures

### Effet de lentille



$$\theta_I = \theta_S - 2 \frac{\mathcal{D}_{\rm OL} \mathcal{D}_{\rm LS}}{D_{\rm OS}} \nabla_{2\rm D} \phi(\theta_I)$$

Déformation proportionnelle au gradient transverse du potentiel

$$\kappa(\theta, z_s) = -\frac{3}{2}\Omega_o \int \frac{dz}{H(z)} \frac{1}{a} \frac{\mathcal{D}(z)\mathcal{D}(z, z_s)}{\mathcal{D}(z_s)} \delta(\theta, z)$$

Effet cumulé des grandes structures proportionnel à la projection du contraste de densité

# Description



 $\Delta \kappa = (\partial_1^2 - \partial_2^2)\gamma_1 + 2\partial_1\partial_2\gamma_2$ Et on ignore un "Curl" : effet secondaire faible

# Sur le rayonnement de fond

Sur la température, sur la polarisation Q, U Dans l'approximation optique  $X(\theta) = X(\theta + \xi)$ géométrique  $\sim X(\theta) + \xi_i \nabla_i X + \xi_i \xi_j \nabla_i \nabla_j X + ...$ 

Faible déformation Couplage à grande échelle Amplification des petites échelles apparition de non-gaussinité déformations géométrique

$$C_{l} = \left(1 - l^{2}\sigma_{0}\right) \tilde{C}_{l} \\ + \int d^{2}l' \frac{\left(\left(\mathbf{l} - \mathbf{l}'\right) \cdot \mathbf{l}'\right)^{2}}{l'^{4}} \tilde{C}_{|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|} P_{\kappa}(l') + o(\kappa^{2})$$





## Température



# Décomposition E/B

La modification des propriétés géométriques modifie la décomposition *E*/  $\partial_i \delta \theta^l P^j + \partial^j \delta \theta^l \partial_i P^l \neq \partial_j \delta \theta^l P^i + \partial^i \delta \theta^l \partial_j P^l$ 

Mélange de E et B  

$$\Delta \hat{E}(\theta) = (1 - 2\kappa)\Delta E(\theta) \qquad \Delta \hat{B}(\theta) = (1 - 2\kappa)\Delta B(\theta) - 2\delta_{ij}(\gamma_i P_j + \partial_k \gamma_i \partial_k P_j) \qquad -2\varepsilon_{ij}(\gamma_i P_j + \partial_k \gamma_i \partial_k P_j)$$

Spectre de Puissance

$$C_{l}^{\ \ /B} = (1 - l^{2} - 0) \tilde{C}_{l}^{E/B} + \frac{1}{2} \int d^{2}l' \frac{((\mathbf{l} - \mathbf{l}') \cdot \mathbf{l}')^{2}}{l'^{4}} P_{\kappa}(l') \\ \times \left[ \left( + \tilde{C}_{|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|}^{\ \ /E} \right) + \cos(4\phi_{l}) \left( - \tilde{C}_{|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|}^{\ \ /E} \right) \right] + o(\kappa^{2})$$





# Un bruit ou une observable?

- L'effet de lentille n'est un bruit que pour la polarisation B
  - nettoyer B
- Intérêt d'une mesure de l'effet de lentille
  - mesurer la distribution de matière jusque z=1000
  - Etudier l'évolution de la distribution de matière



Mesurer l'effet de lentille sur le rayonnement de fond

### Mesure/Reconstruction

- Mesures de non gaussianité
  - Moments à 4 points, Ellipticité, Cumulants
  - Genus, fonctionelles de Minkovski
- Reconstruction
  - Quadratique
  - Iterative
- Corrélation croisées
  - Autre mesure des grandes structures

# Non gaussianité

- Moments à 4 points
  - Bernardeau 97, Hu 01
- Cumulants d'ordres supérieurs
  - ► Kesden et al 02
- Ellipticité
  - Bernardeau 99
- Corrélation de points chauds
  - Takada 00
- Minkovski, Genus
  - Schmalzing et al 99, Takada 01

 $\langle T^4 \rangle = \langle \tilde{T}^4 \rangle + \langle \tilde{T}^2 \rangle \ \langle \tilde{\nabla}_i \ T^2 \xi_i \rangle$ 



### Reconstruction

# Reconstruction quadratique

#### Si l'on avait plusieurs CMB et un seul effet de lentille...

$$\langle X(\mathbf{l}_1)X'(\mathbf{l}_2)\rangle_{\text{CMB}} = f_{\alpha}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2) \ (\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2)^{-2} \ \kappa(\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2)$$

 $\alpha \qquad f_{\alpha}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2)$ 

- $\Theta\Theta \quad \tilde{C}_{l_1}^{\Theta\Theta}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{\Theta\Theta}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_2)$
- $\Theta E \quad \tilde{C}_{l_1}^{\Theta E} \cos \varphi_{\mathbf{l}_1 \mathbf{l}_2} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{\Theta E} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{l}_2)$

$$\Theta B \quad \tilde{C}_{l_1}^{\Theta E} \sin 2\varphi_{\mathbf{l}_1 \mathbf{l}_2} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{l}_1)$$

- $EE \quad [\tilde{C}_{l_1}^{EE}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{EE}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_2)]\cos 2\varphi_{\mathbf{l}_1\mathbf{l}_2}$
- $EB \quad [\tilde{C}_{l_1}^{EE}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{l}_1) \tilde{C}_{l_2}^{BB}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{l}_2)] \sin 2\varphi_{\mathbf{l}_1\mathbf{l}_2}$

$$BB \quad [\tilde{C}_{l_1}^{BB}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_1) + \tilde{C}_{l_2}^{BB}(\mathbf{L}\cdot\mathbf{l}_2)]\cos 2\varphi_{\mathbf{l}_1\mathbf{l}_2}$$

Seljak Zaldarriaga et al 99+ Hu & Okamoto 02+ Kesden Cooray et al 03



Un estimateur optimal de l'effet de lentille

$$d_{\alpha}(\mathbf{L}) = \frac{A_{\alpha}(L)}{L} \int d^2 l_1 x(\mathbf{l}_1) x'(\mathbf{l}_2) F_{\alpha}(\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2)$$

$$F_{\alpha} \sim \frac{f_{\alpha}}{C_{l1}C_{l2}}$$

Ce n'est pas le cas, et il reste un bruit d'autocorrelation



## Reconstruction "itérative"

#### Inverser l'équation d'effet de lentille pour B

 $\Delta \hat{B}(\theta) = (1 - 2\kappa) \Delta B(\theta)$  $-2\varepsilon_{ij} (\gamma_i P_j + \partial_k \gamma_i \partial_k P_j)$ 

Impossible ! Problème de conditions au limites...

Hypothèses simplificatrices Espace de Fourier Linearisation

Hirata & Seljak 03+

 $\Lambda_g$  Opérateur linéaire "Effet de lentille"

Minimiser la vraisemblance d'un effet de lentille pour les données

$$\mathcal{L}(g) = \frac{1}{2} \ln \det \hat{\mathbf{C}}_g + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}}^{\dagger} \hat{\mathbf{C}}_g^{-1} \hat{\mathbf{x}}, \quad \hat{\mathbf{C}}_g = \Lambda_g \mathbf{C} \Lambda_g^{\dagger}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \kappa_1} = \operatorname{Tr} \left( \hat{\mathbf{C}}_g^{-1} \frac{\partial \Lambda_g}{\partial \kappa_1[g]} \mathbf{C} \Lambda_g^{\dagger} \right) - \hat{\mathbf{x}}^{\dagger} \hat{\mathbf{C}}_g^{-1} \frac{\partial \Lambda_g}{\partial \kappa_1[g]} \mathbf{C} \Lambda_g^{\dagger} \hat{\mathbf{C}}_g^{-1} \hat{\mathbf{x}}$$

avec prior sur le spectre de puissance de l'effet de lentille

$$[\mathbf{C}^{\kappa\kappa-1}\kappa]_{\mathbf{l}}^{*} = -\mathrm{Tr}\left(\hat{\mathbf{C}}_{g}^{-1}\frac{\partial\Lambda_{g}}{\partial\kappa_{\mathbf{l}}[g]}\mathbf{C}\Lambda_{g}^{\dagger}\right) + \hat{\mathbf{x}}^{\dagger}\hat{\mathbf{C}}_{g}^{-1}\frac{\partial\Lambda_{g}}{\partial\kappa_{\mathbf{l}}[g]}\mathbf{C}\Lambda_{g}^{\dagger}\hat{\mathbf{C}}_{g}^{-1}\hat{\mathbf{x}}.$$

On itère vers la solution.

Idées similaire à la reconstruction de carte optimale du CMB.

### Résultats



Réference  $\Delta T = \sqrt{2}\Delta P = 1.41 \mu K \operatorname{arcmin}$   $\sigma_{FWHM} = 4'$ Seulement 35°Carré 3 Simulations Spectre primordial connu

# Mais...

- Forte supposition sur le spectre primordial du CMB dans les deux méthodes
  - Convergence vers le spectre non lentillé
- Aucun test réaliste à ce jour
- Pour la méthode itérative, pas de mesure de la supposition de périodicité

## Corrélations Croisées



# Corrélations croisées

Permet de réduire deux problèmes

Bruit de mesure

 Var (⟨κ<sub>1</sub>κ<sub>2</sub>⟩) = 2 ⟨κ<sup>2</sup>⟩<sup>2</sup> + ⟨κ<sup>2</sup>⟩ (N<sub>1</sub> + N<sub>2</sub>) + N<sub>1</sub>N<sub>2</sub>
 Var (⟨κ<sub>1</sub><sup>2</sup>⟩) = 2 ⟨κ<sup>2</sup>⟩<sup>2</sup> + 4 ⟨κ<sup>2</sup>⟩N N<sub>2</sub> ≪ N

 Absence de petites échelles

Avec les estimateurs de reconstruction

- Avec des estimateurs sans reconstruction
  - Ellipticité de T



# Autres estimateurs de la distribution de matière

Effet de lentille sur les galaxies d'arrière plan (z=1,2)
Tomographie de l'effet de lentille
Effet ISW (contribution ISW à la température
Distribution des galaxies, amas

$$r(z_{\rm gal}) = \frac{\langle \kappa \kappa_{\rm gal} \rangle}{\sqrt{\langle \kappa^2 \rangle \langle \kappa_{\rm gal}^2 \rangle}}.$$

r coefficient	$z_{gal} = 1$	$z_{\rm gal} = 2$
EdS, linear	0.42	0.60
$\Omega = 0.3, \Lambda = 0.7$ , linear	0.31	0.50
$\Omega = 0.3, \Lambda = 0.7$ , nonlinear	0.40	0.59

## Exces d'alignement



### Polarisation B

• Estimateur de la corrélation croisée  $b_{\Delta} \equiv \epsilon_{ij} \gamma_{\text{gal}}^{i} \Delta \hat{P}^{j}, \quad b_{\nabla} \equiv \epsilon_{ij} \partial_{k} \gamma_{\text{gal}}^{i} \partial_{k} \hat{P}^{j}.$  $\left\langle \Delta \hat{B} b_{\Delta}(\vec{\alpha}) \right\rangle = -\left\langle \Delta E^{2} \right\rangle \langle \kappa \kappa_{\text{gal}} \rangle, \quad \left\langle \Delta \hat{B} b_{\nabla}(\vec{\alpha}) \right\rangle = -\frac{1}{2} \left\langle (\vec{\nabla} E)^{2} \right\rangle \left\langle \vec{\nabla} \kappa \cdot \vec{\nabla} \kappa_{\text{gal}} \right\rangle$ 

	$\operatorname{CosVar}\left(\mathcal{X}_{\Delta} ight)$		$\operatorname{CosVar}\left(\mathcal{X}_{\nabla}\right)$	
	$\Omega_0 = 0.3$	$\Omega_0 = 1$	$\Omega_0 = 0.3$	$\Omega_0 = 1$
$\theta = 5',  \theta_{\rm gal} = 2.5'$	6.44%	4.77%	6.06%	4.72%
$\theta = 5',  \theta_{\rm gal} = 5'$	6.58%	4.79%	4.99%	4.23%
$\theta = 10',  \theta_{\rm gal} = 5'$	8.71%	6.73%	9.49%	7.62%

100ºCarré

KB, Bernardeau & van Waerbeke 01

## Corrélation WMAP/SDSS

- On cherche la corrélation avec la distribution de galaxies
- Reconstruction quadratique
- Mesure du biais galactique  $b_g = 1.81 \pm 1.92 \quad (b_g \sim 1.8)$
- Bruit important
  - manque de résolution
  - manque de statistique

Hirata et al 04



Galaxy-convergence correlation without point sources (frequency averaged)



Détermination des paramètres cosmologiques

## T/S après reconstruction



# paramètres cosmologiques

#### À l'exception de T/S, peu affectées

- Pour l'instant pas d'expérience sensible
- Effets des non gaussianités sur la matrice de covariance

# Matrice de covariance des spectres

- En première approximation  $\operatorname{CoVar}(C_{\ell}) = C_{\ell}^2$
- Termes non-gaussiens du même ordre dus à l'effet de lentille
- Calculs en cours avec J. Rocher
- Resultats préliminaires
  - contribution négligeable par rapport au bruit de mesure
  - Valide une approximation silencieuse assez répendue

# paramètres cosmologiques

- Beaucoup à apprendre avec les corrélations croisées
  - Tomographie de la distribution de matière
  - Energie sombre

### Corrélation croisée





# Problèmes ouverts

# Cutting edge

- ► "Curl" (Cooray et al 05)
  - Effet secondaire très faible
  - Effet des ondes gravitationnelles négligeable
- "Polémique" sur le calcul de l'effet de lentille
  - Importance des non-gaussianité de la distribution de matière (Amblard et al 04)
  - validité de l'approximation linéaire ? (Challinor & Lewis 05)

# Calcul de l'effet de lentille

# Problème de schéma de resommation $f(\kappa) \cdot g(\kappa) \sim f(\kappa) \cdot (g_0(\kappa) + g_1(\kappa) + ...)$

 $f(\mathbf{\kappa}) \cdot g(\mathbf{\kappa}) \sim g_0 \cdot f_0 + f_0 \cdot g_1 + f_1 \cdot g_0 + o(\mathbf{\kappa})$ 

Argument massue ???

*"Ordre plus haut résultat plus juste"* 

Convergence lente de la série dans les simulations



# Conclusion

- Bon espoir pour les méthodes de détection/reconstruction
  - ► systématiques
  - autres effets secondaires
- Incertitude sur la mesure de T/S
  - Cout élévé de l'expérience
- Interet des méthodes de corrélations croisées